



CODE:- AG-TS-5-9999

REG.NO:-TMC -D/79/89/36

General Instructions :-

- All question are compulsory.
- The question paper consists of 29 questions divided into three sections A,B and C. Section – A comprises of 10 question of 1 mark each. Section – B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section – C comprises of 7 questions of 6 marks each .
- There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 question of four marks and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one If the alternatives in all such questions.
- Use of calculator is not permitted.
- Please check that this question paper contains 10 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

Time : 3 Hours

अधिकतम समय : 3

Maximum Marks : 100

अधिकतम अंक : 100

Total No. Of Pages :10

कुल पृष्ठों की संख्या : 10

PRE-BOARD EXAMINATION 2013 -14

CLASS – XII

CBSE

MATHEMATICS

PART – A

Q.1

For the determinant $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, find the value of

$a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$, A_{ij} is cofactor of element a_{ij} .

सारणिक $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ के लिए $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$, का मान ज्ञात कीजिए जबकि

A_{ij} अवयव a_{ij} का सहखण्ड है। **Ans.= 0**

Q.2 If the binary operation *, defined on Q, is defined as $a * b = 2a + b - ab$, for all $a, b \in Q$, find the value of $3 * 4$.

यदि एक द्विआधारी संक्रिया *, समुच्चय Q पर इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = 2a + b - ab$, सभी $a, b \in Q$ के लिए, तो $3 * 4$ का मान ज्ञात कीजिए। **Ans. – 2**

Q.3 If $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, and $B = [-2 \ -1 \ -4]$, Find $(AB)^T$.

यदि $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = [-2 \ -1 \ -4]$ तो $(AB)^T$ का मान ज्ञात कीजिए। **Ans**

$\begin{bmatrix} 2 & -4 & -6 \\ 1 & -2 & -3 \\ 4 & -8 & -12 \end{bmatrix}$

Q.4 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ find $|\vec{a} \times \vec{b}|$. **Ans : 3**

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए।

Q.5	Is sine function onto in the set of real numbers ? Give reasons. क्या फलन sine वास्तविक संख्याओं के समूह में आच्छादक है ? कारण दीजिए। Ans.= not onto
Q.6	Prove that: सिद्ध कीजिए कि: $\sin\left(2\cos^{-1}\left(-\frac{3}{5}\right)\right) = -\frac{24}{25}$.
Q.7	If \vec{a} is a unit vector and $(\vec{x}-\vec{a})\cdot(\vec{x}+\vec{a})=8$, find $ \vec{x} $. Ans. =3 यदि \vec{a} एक एकांक सदिश है तथा $(\vec{x}-\vec{a})\cdot(\vec{x}+\vec{a})=8$, तो $ \vec{x} $ को मान ज्ञात कीजिए।
Q.8	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{e^{5\log_e x} - e^{4\log_e x}}{e^{3\log_e x} - e^{2\log_e x}} dx$. Ans. = $\frac{x^3}{3}$
Q.9	It is given that at $x = 1$, the function $x^4 - 62x^2 + ax + 9$ attains its maximum value, on the interval $[0, 2]$. Find the value of a . Ans. $f'(x) = 0$ Then $a = 120$ यदि दिया है कि अंतराल $[0, 2]$ में $x = 1$ पर फलन $x^4 - 62x^2 + ax + 9$ उच्चतम मान प्राप्त करता है, तो a का मान ज्ञात कीजिए। Ans. =120
Q.10	Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$. Express A as sum of two matrices such that one is symmetric and the other is skew symmetric. 3 माना $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ A को ऐसे दो आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए जिनमें से एक सममित

	आव्यूह तथा दूसरा विषम सममित आव्यूह है। Ans. $A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T) = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 5/2 \\ 3 & 5 & 7/2 \\ 5/2 & 7/2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1/2 \\ 1 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$
PART - B	
Q.11	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin^{-1}\sqrt{x} - \cos^{-1}\sqrt{x}}{\sin^{-1}\sqrt{x} + \cos^{-1}\sqrt{x}} dx$ discuss the importance of integration (unity) in life. ANS : Importance of integration (unity): (i) united we stand. Divided we fall.(ii) union is strength. $\frac{2}{\pi} \{ \sqrt{x}\sqrt{1-x} - (1-2x)\sin^{-1}\sqrt{x} \} - x =$ $\frac{4}{\pi} \int \sin^{-1}\sqrt{x} dx - x + I = \int \sin^{-1}\sqrt{x} dx = -\frac{1}{2}\sin^{-1}\sqrt{x}(1-2x) + \frac{1}{2}\sqrt{x}\sqrt{1-x}$
Q.12	Write in the simplest form: सरलतम रूप में लिखिए $\tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}} \right]$ Ans. = $\frac{x}{2}$ or अथवा IF $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, then prove that $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. 4 यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$, तो सिद्ध करो कि $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.
Q.13	A pair of dice is thrown. Find the probability of getting 7 as a sum, if it is

	<p>known that second dice always exhibits a prime number Ans. $\frac{36}{18} = \frac{1}{6}$</p> <p>दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। पासे पर आए अंको का योग 7 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि दूसरे पासे पर सदैव एक अभाज्य संख्या ही आए।</p>
<p>Q.14</p>	<p>Find the foot of the perpendicular drawn from the point A (1,0,3) to the join of the points B(4,7,1) and C(3,5,3). Ans. $foot\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right)$</p> <p>बिन्दु A (1,0,3) से समरेख बिन्दुओं B(4,7,1) तथा C(3,5,3) पर खींचे गए लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।</p>
<p>Q.15</p>	<p>If $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k}$ are the position vectors of the points A,B,C and D respectively, find the angle between \vec{AB} and \vec{CD}. Deduce that \vec{AB} and \vec{CD} are collinear. Ans. $\theta = \pi$ & $\vec{AB} = \lambda\vec{CD}$ or Points L, M,N divide the sides BC,CA and AB of triangle ABC in the ratio 1:4, 3:2 and 3:7 respectively. Prove that $\vec{AL} + \vec{BM} + \vec{CN}$ is a vector parallel to \vec{CK}, where K divides AB in the ratio 1:3. Ans. $\vec{AL} + \vec{BM} + \vec{CN} = \frac{3a+b-4c}{10}$, $\vec{CK} = \frac{4}{10}\left(\frac{b+3a-4c}{4}\right)$ यदि $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $2\hat{i} + 5\hat{j}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k}$ क्रमशः बिन्दु A,B,C तथा D के</p>

	<p>स्थिति सदिश हैं तो \vec{AB} तथा \vec{CD} के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। तर्क द्वारा बताइए कि \vec{AB} तथा \vec{CD} संरेख है।</p> <p>अथवा</p> <p>बिन्दु L, M,N किसी त्रिभुज ABC की भुजाओं BC,CA तथा AB को क्रमशः 1: 4, 3 : 2 तथा 3 : 7 के अनुपात में बाँटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $\vec{AL} + \vec{BM} + \vec{CN}$ सदिश \vec{CK} के समान्तर है जबकि K, AB को 1 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।</p>
<p>Q.16</p>	<p>Solve the following differential equation : $ydx - (x + 2y^2)dy = 0$.</p> <p>निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए : $ydx - (x + 2y^2)dy = 0$. Ans $\frac{x}{y} = 2y + c$</p> <p>or अथवा</p> <p>Solve the following differential equation: निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :$(x^3 + x^2 + x + 1)\frac{dy}{dx} = 2x^2 + x$. Ans. $\int dy = \int \frac{2x^2 + x}{(x+1)(x^2+1)} dx \Rightarrow y = \frac{1}{2} \log(x+1) + \frac{3}{4} \log(x^2+1) - \frac{1}{2} \tan^{-1} x$</p>
<p>Q.17</p>	<p>Let $f : \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ and $g : \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ be functions defined as $f(2)=3, f(3)= 4, f(4)= 5, f(5) = 5$ and $g(3) = g(4) = 7$ and $g(5) = g(9) = 11$. Find $g \circ f$. Also find the domain and the range of $g \circ f$. मान लीजिए फलन $f : \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$ तथा $g : \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 5, f(5) = 5$ तथा $g(3) = g(4) = 7$ and $g(5) = g(9) = 11$ और है। ज्ञात कीजिए, तथा इसका प्रांत और परिसर भी ज्ञात कीजिए।</p>

	Ans. $gof : \{(2,7), (3,7), (4,11), (5,11)\}, domain = \{2,3,4,5\}, range = \{7,11\}$
Q.18	Find the intervals in which the function f given by $f(x) = 2 \log(x-2) - x^2 + 4x + 1$ is (i) increasing, (ii) decreasing . Ans : $f(x)$ is increasing on $(2, 3)$ and decreasing on $(3, \infty)$ फलन f जो $f(x) = 2 \log(x-2) - x^2 + 4x + 1$, से दिया है, x के (i) निम्निष्ठ (ii) उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए,।
Q.19	Form the differential equation corresponding to $y = e^x(a \cos x + b \sin x)$, where a and b are arbitrary constants. Ans : Required differential Equation $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \left(\frac{dy}{dx} \right) + 2y = 0$ $y = e^x(a \cos x + b \sin x)$ के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b अचर स्थिर हैं।
Q.20	The function f is given by दिया गया फलन f है। $f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{ x-4 } + a & x < 4 \\ a + b & x = 4 \\ \frac{x-4}{ x-4 } + b & x > 4 \end{cases}$ Ans $a = 1; b = -1$ Find the values of a and b if f is continuous at $x = 4$. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए यदि $x = 4$ पर सतत् है।
Q.21	Using properties of determinants, prove : सारणिकों के गुण - धर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

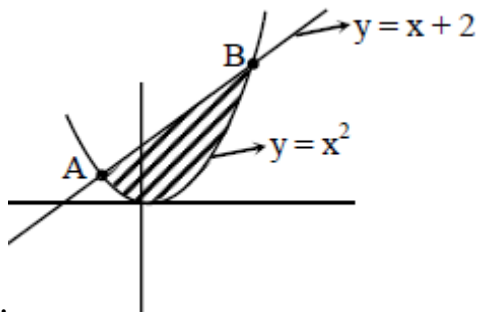
	$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$ or / अथवा If यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & i \sin \theta \\ i \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, then prove by the principle of mathematical induction that $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & i \sin n\theta \\ i \sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$.
Q.22	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi/2} (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx$. Ans. $\pi\sqrt{2}$ or / अथवा Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{2x(1 + \sin x)}{1 + \cos^2 x} dx$. Ans. π^2
PART - C	
Q.23	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$. Ans. $\frac{\pi}{2} - 1$

Q.24 Use the product $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ to solve the following system of equations : $x - y + 2z = 1$; $2y - 3z = 1$; $3x - 2y + 4z = 2$.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ के गुणन का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए : $x - y + 2z = 1$; $2y - 3z = 1$; $3x - 2y + 4z = 2$. | **Ans**

$AB=I$ & $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$; $x = 0, y = 5, z = 3$

Q.25 Find the area of the region enclosed by the parabola $x^2 = y$ the line $y = x + 2$ and the x-axis .



For A & B
 $x^2 = x + 2$
 $\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$
 $\Rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0$
 $\Rightarrow x = -1, 2$

So A $\equiv (-1, 1)$ and B $\equiv (2, 4)$
 So Required Area = $\int_{-1}^2 (x + 2 - x^2) dx$

$= \left[\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 = \left[2 + 4 - \frac{8}{3} - \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} \right] = \frac{9}{2}$ sq. units

OR

Using integration find the area of the region bounded by the parabola $y^2 \leq 4x$ and the circle $4x^2 + 4y^2 \leq 9$. **Ans.** Required Area

$2 \left\{ \int_0^{1/2} 2\sqrt{x} dx + \frac{1}{2} \int_{1/2}^{3/2} \sqrt{9-4x^2} dx \right\} = 2 \left\{ \frac{4}{3} \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} \left(\frac{9}{2} \times \frac{\pi}{2} - \sqrt{2} - \frac{9}{2} \sin^{-1} \frac{1}{3} \right) \right\} = 2 \left\{ \frac{\sqrt{2}}{12} + \frac{9\pi}{16} - \frac{9}{8} \sin^{-1} \frac{1}{3} \right\}$

समाकलन का प्रयोग करते हुए परवलय $y^2 \leq 4x$ तथा वृत्त $4x^2 + 4y^2 \leq 9$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Q.26 A farmer wants to construct a circular well and a square garden in his field. He wants to keep sum of their perimeters fixed. Then prove that the sum of their areas is least when the side of square garden is double the radius of the circular well. Do you think good planning can save energy, time and money? **Yes every work done in a planned way proves to be more fruitful. If a student makes a planning for his studies he can do wonders.**

OR

An open topped box is to be constructed by removing equal squares from

	<p>each corner of a 3 metre by 8 metre rectangular sheet of aluminium and folding up the sides. Find the volume of the largest such box. Do you think good planning can save energy, time and money? Yes every work done in a planned way proves to be more fruitful. If a student makes a planning for his studies he can do wonders. Ans. Length = $3 - 2x$; breadth = $8 - 2x$ & height = x $f(x) = (3 - 2x)(8 - 2x)x \therefore f'(x) = 0$ $x = 3, \frac{2}{3}, x \neq 3$ & $volume = \frac{200}{27} m^3$</p> <p>ऐल्युमिनियम की 3 m × 8 m की आयताकार चादर वेफ प्रत्येक कोने से समान वर्ग काटने पर बने ऐल्युमिनियम वेफ फलकों को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाना है। इस प्रकार बने संदूक का अधिकतम आयतन ज्ञात कीजिए।</p>
<p>Q.27</p>	<p>The probability that a student entering a college will graduate is 0.6. find the probability that out of a group of 6 students</p> <p>(i) None (ii) At least one (iii) At most 3 will graduate.</p> <p>एक विद्यालय में प्रवेश लेने वाले एक विद्यार्थी के स्नातक होने की प्रायिकता 0.6 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 6 विद्यार्थियों के समूह में</p> <p>(i) एक भी नहीं (ii) कम से कम एक (iii) अधिक से अधिक 3 विद्यार्थी स्नातक होंगे।</p> <p>Ans. (i) $\frac{64}{15625}$, (ii) $\frac{15561}{15625}$, (iii) $\frac{1424}{3125}$</p>
<p>Q.28</p>	<p>Find the vector equation in the scalar product form, of the plane passing through the points $(1, 0, -1), (3, 2, 2)$ and parallel to the line $\vec{r} = i + j + \lambda(i - 2j + 3k)$. Ans $\vec{r} \cdot (4i - j - 2k) = 6$</p> <p>बिन्दुओं $(1, 0, -1), (3, 2, 2)$ से जाने वाला समतल जो कि रेखा $\vec{r} = i + j + \lambda(i - 2j + 3k)$ के समान्तर है, कि अदिश गुणन रूप में सदिश 9 समाकरण</p>

	<p>लिखिए ।</p>
<p>Q.29</p>	<p>A farmer decides to plant upto 10 hectares with cabbages and potatoes. He decides to grow at least 2 but not more than 8 hectares of cabbages and at least 1 but not more than 6 hectares of potatoes. If he can make a profit of ₹ 1500 per hectare on cabbages and ₹ 2000 per hectare on potatoes, how should he plan his farming so as to get the maximum profit? From an LPP and solve it graphically. Do you agree with the message that the protection of wild life is utmost necessary to preserve the balance in environment?</p> <p>एक किसान 10 हेक्टेअर क्षेत्र में आलू तथा गोभी उगाने का निश्चय करता है। वह कम से कम 2 हेक्टेअर तथा अधिक से अधिक 8 हेक्टेअर क्षेत्र में गोभी उगाने का निश्चय करता है तथा कम से कम 1 हेक्टेअर तथा अधिक से अधिक 6 हेक्टेअर क्षेत्र में आलू उगाने का निश्चय करता है। यदि उसे 1500रु. प्रति हेक्टेअर का लाभ गोभी पर तथा 2000रु. प्रति हेक्टेअर का लाभ आलू पर हो तो अधिकतम लाभ के लिए उसे किस प्रकार की कृषि योजना बनानी चाहिए? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) बनाइए तथा ग्राफ द्वारा इसे हल कीजिए। ।</p> <p>Ans : $x + y \leq 10, 2 \leq x \leq 8, 1 \leq y \leq 6, z = 1500x + 2000y \therefore Z_{\max} \text{ at } (4, 6) = 18000 \text{ max}$</p> <p>Keeping the “save environment” factor in mind, we agree that the protection of wildlife is utmost necessary to maintain the balance in environment as their protection preserves the food chain.</p> <p style="text-align: center;">*****//*****</p>
	<p style="text-align: center;">HAPPINESS IS NOTHING MORE THAN GOOD HEALTH AND A BAD MEMORY. 10</p>