



Reg. No.

पंजियन क्रमांक .

Series AG-1899-1**CLASS XII**कोड नं. Code No. **TMC -D/79/89/36**

- Please check that this question paper contains 6 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 29 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 6 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours]

निर्धारित समय : 3 घण्टे]

[Maximum Marks : 100

[अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

1. All questions are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into four sections A, B, C and D. Section A comprises 10 questions of one mark each, Section B comprises 12 questions of four marks each, Section C comprises 7 questions of six marks each.
3. All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

- 1 सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- 2 इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं अ, ब, तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
- 3 खण्ड अ के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द में, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिये जा सकते हैं।
- 4 पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
- 5 कैलकुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION A

खण्ड अ

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. : 2337615; 4010685@, 2630601, 09202221792(O) Mobile : 9425109601; 9907757815(P); 9300618521; 9425110860(O); 9301994837; 9425772164

PREMIER INSTITUTE for X , XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email: agyat99@gmail.com.

1. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \right\}$ Ans. = $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

2. If the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar, find the value of λ .

यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ एक समतलीय है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। **Ans 2**

3. Find the vector equations of a line which passes through the point (1, 2, 3) and is parallel to the line

$$\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$$

किसी रेखा के कार्तिक तथा सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1, 2, 3) से होकर जाती है तथा रेखा $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$

के समांतर है। **दे $(1+2j+3k) + \lambda(-2i+14j+3k)$**

4. A binary operation * on the set of rational number Q, is defined as $a * b = a + b + ab$. Check the operation * for associativity. **Ans.* YES associative**

एक परिमेय संख्या वाले समुच्चय Q पर की गई द्वि - अधारी संक्रिया को $a*b = a + b + ab$ द्वारा व्यक्त करते हैं। जाँच कीजिए कि * साहचर्य प्रक्रिया है।

5. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$ **Ans. =1**

6. Find a unit vector in the direction of the resultant of vectors $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $3\hat{i} + \hat{j}$. **Ans.**

$$\frac{3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}}{5\sqrt{2}}$$

सदिशों $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $3\hat{i} + \hat{j}$ की परिणामी दशा में एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

7. If $\sin^{-1} x + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$, then the value of x .

यदि $\sin^{-1} x + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$, तब x का मान होगा **Ans $\frac{1}{\sqrt{5}}$**

8. Find the projection of the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ on the vector $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$. **Ans. $\frac{19}{9}$**

सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ की सदिश $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ पर प्रलम्बता ज्ञात कीजिए।

9. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find a vector \vec{c} such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$. **Ans. $\frac{5\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}}{3}$**

यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, तो सदिश \vec{c} ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$ ।

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. :2337615; 4010685@, 2630601,09202221792(O) Mobile : 9425109601;9907757815(P); 9300618521;9425110860(O);9301994837;9425772164

PREMIER INSTITUTE for X , XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email:agyat99@gmail.com.

10. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \sin 2x} dx$. Ans. $\sqrt{2} - 1$

SECTION B

खण्ड ब

11. Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$.

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$ को हल कीजिए। Ans : $\log x = \log\left(\log \frac{y}{x}\right) + \log c$

or / अथवा

Solve the differential equation $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$. Find its particular solution, given that $y = 0$ when $x = 0$.

अवकल समीकरण $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ को हल कीजिए। इस समीकरण का निश्चित हल ज्ञात कीजिए दिया है $y = 0$ जब $x = 0$ Ans

$$y(1+x^2) - \frac{4x^3}{3} = 0$$

12. If a,b,c are non-zero numbers, show that : यदि a,b,c शून्योत्तर संख्याएँ है तो दर्शाइए :

$$\begin{vmatrix} -2a & a+b & a+c \\ b+a & -2b & b+c \\ c+a & c+b & -2c \end{vmatrix} = 4(b+c)(c+a)(a+b) \cdot$$

13. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{1 - \cos \alpha \sin x}$. Ans $\frac{\pi}{\sin \alpha} (\pi - \alpha)$

14. Find the distance of the point $(-1, -5, -10)$ from the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ and the plane $x - y + z = 5$. Ans 13unit

समतल $x - y + z = 5$ एवं रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ के प्रतिच्छेद बिन्दु एवं बिन्दु $(-1, -5, -10)$ के बीच की दूरी है।

15. Consider a function $f: R^+ \rightarrow [-5, \infty)$ given by $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$, where R^+ is the set of all non-negative real numbers. show that 'f' is invertible with $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x+6}-1}{3}$.

मान लीजिए कि फलन $f: R^+ \rightarrow [-5, \infty)$, $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$, द्वारा परिभाषित है, जहाँ R^+ सभी वास्तविक धनोत्तर संख्याओं का

समुच्चय है। दर्शाइए कि f का प्रतिलोम $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x+6}-1}{3}$ से प्राप्त होता है।

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. :2337615; 4010685@, 2630601,09202221792(O) Mobile : 9425109601;9907757815(P); 9300618521;9425110860(O);9301994837;9425772164

PREMIER INSTITUTE for X , XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email:agyat99@gmail.com.

16. If $y = (\sin^{-1} x)^2$, prove that : यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए : $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$.

Or अथवा

If $x = a(\theta - \sin \theta)$ & $y = a(1 - \cos \theta)$ find $\frac{d^2 y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{2}$. **Ans** $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{2} \cos^2 \theta \times \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{2} \cos^2 \theta \times \frac{1}{a \sin \theta} \Rightarrow \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{\theta=\pi/2} = \frac{1}{a}$

यदि $x = a(\theta - \sin \theta)$ और $y = a(1 - \cos \theta)$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ पर $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

17. The function f is given by दिया गया फलन f है। $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} & \text{if } x < \frac{\pi}{2} \\ a & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{b(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2} & \text{if } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Find the values of a and b if f is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए यदि $x = \frac{\pi}{2}$ पर सतत् है।

Ans $a = \frac{1}{3}; b = \frac{8}{3}$

18. Form the differential equation corresponding to $y^2 = a(b - x^2)$, where a and b are arbitrary constants.

$y^2 = a(b - x^2)$ के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b अचर स्थिरांक है। **Ans** $xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - y \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$

19. The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively. Find $P(x \geq 1)$.

द्विपदीय वितरण में बहुलक तथा प्रसरण क्रमशः 4 तथा $\frac{4}{3}$ है। $P(x \geq 1)$ ज्ञात कीजिए। **Ans.** $p = 2/3, q = 1/3, n = 6$
 $P(x > 1) = 1 - \frac{1}{729} = \frac{728}{729}$

20. Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x - \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ is (i) increasing, (ii)

decreasing. **Ans** $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right) \downarrow, \uparrow \left(0, \frac{3\pi}{4} \right) \& \left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi \right)$

or

Find the approximate value of $f(5.001)$, where $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$. **Ans** -34.995

फलन f जो $f(x) = \sin x - \cos x$, से दिया है, x के (i) निम्निष्ठ (ii) उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जबकि $0 \leq x \leq 2\pi$ ।

या

$f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जब $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$ है।

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. :2337615; 4010685@, 2630601,09202221792(O) Mobile : 9425109601;9907757815(P); 9300618521;9425110860(O);9301994837;9425772164

PREMIER INSTITUTE for X, XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email:agyat99@gmail.com.

21. Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{x \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1-x^4}} dx$. Ans $\frac{1}{4} (\sin^{-1} x^2)^2 + c$

or या

Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx$. Ans $-\frac{1}{6} \log(x-1) - \frac{1}{3} \log(x+2) + \frac{1}{2} \log(x-3)$

22. Solve for x: x का मान ज्ञात कीजिए : $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$. Ans $x = \sqrt{\frac{3}{28}}$

SECTION C
खण्ड स

23. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the system of equations:

$x = 1, y = 3, z = -2$

$x + y + 2z = 0; x + 2y - z = 9; x - 3y + 3z = -14$. Ans $A^{-1} = \frac{-1}{11} \begin{bmatrix} 3 & -4 & -5 \\ -9 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए तथा इसका उपयोग समीकरण

$x + y + 2z = 0; x + 2y - z = 9; x - 3y + 3z = -14$. को हल करने में कीजिए।

24. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 25}$. Ans $= \frac{1}{10\sqrt{17}} \tan^{-1} \left(\frac{x^2 - 5}{x\sqrt{17}} \right) - \frac{1}{20\sqrt{3}} \log \left[\frac{x^2 - \sqrt{3}x + 5}{x^2 + \sqrt{3}x + 5} \right]$

25. Find the point on the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{6}$ at a distance 3 from the point (1, -2, 3) .

रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{6}$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1,-2,3) से 3 की दूरी पर हो। Ans $\left(\frac{1}{7}, -\frac{23}{7}, \frac{3}{7}\right) \& \left(\frac{13}{7}, -\frac{5}{7}, \frac{39}{7}\right)$

or अथवा

Find the vector and cartesian form of the equation of the plane containing the lines

$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(7i + 3j + 2k)$ and // to line $\vec{r} = (3i - j + 3k) + \lambda(2i + 2j + 7k)$.

उस तल की सदिश तथा कार्तीय रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए, जिस पर $\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(7i + 3j + 2k)$ तथा //

$\vec{r} = (3i - j + 3k) + \lambda(2i - 2j + 7k)$ रेखाएँ हैं। Ans $17x - 45y + 8z + 49 = 0$ & $\vec{r} \cdot (17i - 45j + 8k) + 49 = 0$

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. : 2337615; 4010685@, 2630601, 09202221792(O) Mobile : 9425109601; 9907757815(P); 9300618521; 9425110860(O); 9301994837; 9425772164

PREMIER INSTITUTE for X, XI & XII . © publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email: agyat99@gmail.com.

26. Draw the rough sketch of $y^2 = x+1$ and $y^2 = -x+1$ and find the area enclosed by the two curves.

$y^2 = x+1$ तथा $y^2 = -x+1$ का खाका खींचिए तथा दोनो वक्रों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **Ans** **Ans Required Area**

$$= 2 \left[\int_0^{-1} \sqrt{(x+1)} dx + \int_0^1 \sqrt{1-x} dx \right] = \frac{8}{3} \text{ unit}^2$$

27. Prove that the height and the radius of the base of an open cylinder of given surface area and maximum volume are equal.

सिद्ध कीजिए कि एक खुले बेलन की ऊँचाई तथा त्रिज्या समान होगी जिसका पृष्ठ क्षेत्रफल तथा अधिकतम आयतन दिया हो।

or अथवा

Show that the semi-vertical angle of a cone of maximum volume and of given slant height is $\tan^{-1} \sqrt{2}$.

दर्शाइए कि एक शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\tan^{-1} \sqrt{2}$ होगा जिसकी तिर्यक ऊँचाई तथा अधिकतम आयतन दिया है।

28. A producer has 30 and 17 units of labour and capital respectively which he can use to produce two types of goods X and Y. To produce one unit of X, 3 units of capital and 2 units of labour are required and to produce one unit of Y, 3 units of labour and 1 unit of capital is required. If X and Y are priced at ₹ 100 and ₹ 120 respectively, how should the producer use his resources to maximize the total revenue ? From the LPP and solve it.

एक उत्पादक के पास क्रमशः 30 तथा 17 इकाइयों श्रम तथा पूँजी की हैं जिससे वह दो प्रकार के उत्पाद X तथा Y उत्पादित करता है। X की एक इकाई का उत्पादन करने के लिए 3 इकाई पूँजी की तथा 2 इकाई श्रम की आवश्यकता होती है और Y की एक इकाई उत्पादित करने के लिए 3 इकाई श्रम की तथा 1 इकाई पूँजी की आवश्यकता होती है। यदि X और Y की कीमत क्रमशः 100 ₹ और 120 ₹ है, तो उत्पादक कुल आगम को अधिकतम करने के लिए अपने संसाधनों का किस प्रकार उपयोग करेगा ? रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) बनाकर हल कीजिए।

Ans $z = 100x + 120y$; $x, y \geq 0; 2x + 3y \leq 30, 3x + y \leq 17, P : (0,10); (\frac{17}{3}, 0)(0,0)(3,8)$ max at $(3,8) = 1260$

29. In a test an examinee either guesses or copies or knows the answer to multiple choice question with four choices out of which one is correct option. The probability that he makes a guess is $\frac{1}{3}$. The probability that he copies

the answer is $\frac{1}{6}$. The probability that the answer is correct, given that he copied it is $\frac{1}{8}$. Find the probability

that he knows the answer to the question, given that he correctly answered it.

एक परीक्षा में बहुविकल्पीय प्रश्न जिसके चार विकल्प दिए गए हैं और जिनमें से एक सही विकल्प है, जिनका उत्तर परीक्षार्थी या तो अनुमान

लगाकर या नकल करके या जानते हुए देता है। उसके अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। उसके नकल करने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। उत्तर

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. :2337615; 4010685@, 2630601,09202221792(O) Mobile : 9425109601;9907757815(P); 9300618521;9425110860(O);9301994837;9425772164

PREMIER INSTITUTE for X , XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email:agyat99@gmail.com.

के सही होने की प्रायिकता ये मानते हुए कि उत्तर नकल करके किया गया है की प्रायिकता $\frac{1}{8}$ है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्रश्न का दिया

गया उत्तर सही है। Ans $\frac{24}{29}$

Resi.: D-79 Vasant Vihar ; Office : 89-Laxmi bai colony

Ph. :2337615; 4010685@, 2630601,09202221792(O) Mobile : 9425109601;9907757815(P); 9300618521;9425110860(O);9301994837;9425772164

PREMIER INSTITUTE for X , XI & XII .© publication of any part of this paper is strictly prohibited..

Visit us at : <http://www.targetmathematic.com>; Email:agyat99@gmail.com.